

Priloga 1

Ljubljana 2021

MATEMATIKA

Katalog znanja za osebe z mednarodno zaščito

KAZALO

1	UVOD.....	3
2	IZPITNI CILJI	4
3	ZGRADBA IN VREDNOTENJE IZPITA.....	5
3.1.	Shema izpita.....	5
3.2.	Tipi nalog in vrednotenje	5
3.3.	Merila za pretvorbo odstotnih točk v opisno oceno	6
4	IZPITNE VSEBINE IN CILJI	7
4.1.	Osnove logike.....	7
4.2.	Množice	7
4.3.	Številske množice.....	7
4.4.	Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe.....	9
4.5.	Potence in korenji.....	10
4.6.	Geometrija v ravnini in prostoru	11
4.7.	Geometrijski liki in telesa.....	11
4.8.	Vektorji v ravnini in prostoru.....	12
4.9.	Pravokotni koordinatni sistem v ravnini.....	13
4.10.	Funkcije	13
4.11.	Stožnice.....	17
4.12.	Zaporedja in vrste.....	18
4.13.	Diferencialni račun.....	18
4.14.	Integralski račun	19
4.15.	Kombinatorika	19
4.16.	Verjetnostni račun	20
4.17.	Statistika	20
5	LITERATURA.....	22
6	DODATEK.....	23
6.1.	Matematične oznake	23
6.2.	Formule, priložene izpitni poli.....	27

1 UVOD

Katalog znanja za osebe z mednarodno zaščito – MATEMATIKA (v nadalnjem besedilu katalog) opredeljuje izpit iz matematike, kot to zahteva *Uredba o načinih in pogojih za zagotavljanje pravic osebam z mednarodno zaščito*, in je namenjen usmerjanju kandidatov pri pripravi na preverjanje znanja matematike ob vpisu na visokošolske ustanove.

Kandidat, ki bo opravljjal izpit iz matematike, mora dokazati, da dosega izpitne cilje, kot so opredeljeni s tem katalogom.

Katalog temelji na učnem načrtu za matematiko za gimnazijo* in *Predmetnem izpitnem katalogu za splošno maturo – Matematika* za leto 2021. Izpitne vsebine in izpitni cilji zajemajo znanje z osnovne ravni splošnega srednješolskega izobraževanja.

* Učni načrt. Matematika [Elektronski vir]: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija: obvezni predmet in matura (560 ur)/predmetna komisija Amalija Žakelj ... [et al.]. - Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo, 2008.
http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/gimnazija/ucni_nacrti.htm

2 IZPITNI CILJI

Z izpitom bomo preverili, ali kandidat zna:

- brati matematična besedila in jih korektno interpretirati;
- natančno predstaviti matematične vsebine v pisni obliki, v tabelah, grafih ali diagramih;
- računati s števili, oceniti in zapisati rezultat z določeno natančnostjo ter presoditi njegovo veljavnost;
- pri računanju uporabiti primerno metodo;
- uporabljati ustrezen tehnologijo pri reševanju matematičnih problemov;
- uporabljati geometrijsko orodje za načrtovanje;
- interpretirati, preoblikovati in pravilno uporabljati matematične trditve, izražene z besedami ali s simboli;
- prepoznati in uporabljati odnose med geometrijskimi objekti v ravnini in prostoru;
- logično sklepati iz danih matematičnih podatkov;
- prepoznati vzorce in strukture v različnih situacijah;
- analizirati problem in izbrati ustrezena načine reševanja;
- videti in izkoristiti soodvisnost različnih vej (področij) matematike;
- uporabiti kombinacijo več matematičnih veščin in tehnik pri reševanju problemov;
- predstaviti matematični izdelek logično in jasno, z uporabo ustrezne simbolike in terminologije;
- uporabiti matematično znanje v vsakdanjih življenjskih situacijah;
- uporabiti matematiko kot sredstvo komunikacije s poudarkom na natančnem izražanju.

3 ZGRADBA IN VREDNOTENJE IZPITA

3.1 Shema izpita

Izpitna pola	Trajanje	Delež pri oceni	Vrednotenje	Pripomočki	Priloga
1	90 minut	50 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka in geometrijsko orodje ¹	Priloga s formulami je del izpitne pole.
2	90 minut	50 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, geometrijsko orodje ¹ in računalno ²	Priloga s formulami je del izpitne pole.
Skupaj	180 minut	100 %			

Po zaključku pisanja Izpitne pole 1, tj. pred začetkom pisanja Izpitne pole 2, je 30-minutni odmor.

3.2 Tipi nalog in vrednotenje

3.2.1 Tipi nalog

Izpitna pola	Tip naloge	Število nalog	Vrednotenje
1	A kratke naloge	8	vsaka naloga do 3 točke skupaj 20 točk
	B kraje strukturirane naloge	6	vsaka naloga 5 do 8 točk skupaj 40 točk
			Skupaj 60 točk
2	A kratke naloge	8	vsaka naloga do 3 točke skupaj 20 točk
	B kraje strukturirane naloge	6	vsaka naloga 5 do 8 točk skupaj 40 točk
			Skupaj 60 točk
Skupaj			120 točk

¹ Šestilo in ravnilo (lahko tudi trikotnik).

² Računalno je elektronsko računalno, ki omogoča delo z osnovnimi računskimi operacijami in ne podpira:

- možnosti komunikacije z okolico – »zunanjim svetom«,
- shranjevanja podatkov iz okolice oziroma zunanjega sveta,
- shranjevanja predhodno naloženih podatkov,
- simbolnega računanja,
- programiranja novih funkcij,
- risanja grafov funkcij.

3.2.2 Deleži taksonomskih stopenj

Taksonomske stopnje	Izpitna pola 1 in 2
I. poznavanje	vsaj 30 %
II. razumevanje in uporaba	40–60 %
III. samostojna interpretacija, vrednotenje, samostojno reševanje novih problemov	največ 30 %
Skupaj	100 %

3.2.3 Merila vrednotenja izpita

Naloge se vrednotijo v skladu z navodili za vrednotenje. Točkujejo se posamezni koraki, ki so lahko različnih taksonomskih stopenj. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi. Pri načrtovalnih nalogah morajo kandidati uporabljati geometrijsko orodje.

3.3 Merila za pretvorbo odstotnih točk v opisno oceno

Izpiti ovrednoti predmetna komisija z absolutnimi in odstotnimi točkami. Točke predmetna komisija pretvori v opisno oceno »opravil« ali »ni opravil«. Kandidat izpit opravi, če doseže merila za pozitivno oceno iz matematike pri splošni maturi v prejšnjem koledarskem letu.

4 IZPITNE VSEBINE IN CILJI

4.1 Osnove logike

Vsebine	Cilji
Izjave in povezave med njimi	Kandidat – zapiše izjavo,
Sestavljene izjave	– določi logično vrednost izjave,
Vrstni red operacij	– zapiše sestavljeno izjavo s simboli,
Tavtologija	– izračuna logično vrednost sestavljene izjave pri vseh vrednostih enostavnih izjav,
Enakovredne izjave	– ugotovi enakovrednost dveh izjav.

4.2 Množice

Vsebine	Cilji
Osnovni pojmi: element, množica, pripadnost elementa množici, podmnožica, prazna množica, univerzalna množica	Kandidat – pozna osnovne pojme in s simboli označuje odnose med elementi in množicami,
Simbolni zapisi	– uporablja različne načine predstavitev množic,
Vennov diagram	– računa z množicami,
Presek, unija, razlika, komplement množic	– poišče potenčno množico končne množice,
Potenčna množica	– nariše graf kartezičnega produkta dveh množic,
Kartezični produkt množic	– uporablja formule za moč unije dveh ali treh množic ter moč kartezičnega produkta končnih množic.
Moč množice	

4.3 Številske množice

Vsebine	Cilji
4.3.1 Naravna števila in cela števila	
Računske operacije in njihove lastnosti	Kandidat – pozna pomen naravnih števil in razloge za vpeljavo celih števil ter primere njihove uporabe,
Praštevila in sestavljena števila	– uporablja računske operacije v množici naravnih in celih števil in na primerih utemelji njihove lastnosti,
Desetiški mestni zapis	

Vsebine	Cilji
Kriteriji deljivosti z 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 in 10	<ul style="list-style-type: none"> - predstavi naravna in cela števila na številski premici,
Relacija deljivosti	<ul style="list-style-type: none"> - uporablja desetiški mestni zapis celega števila,
Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik	<ul style="list-style-type: none"> - utemelji in uporablja osnovne kriterije za deljivost,
Osnovni izrek o deljenju	<ul style="list-style-type: none"> - pozna in uporablja lastnosti relacije deljivosti,
Desetiški številski sestav	<ul style="list-style-type: none"> - določi največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh ali več celih števil, - uporablja osnovni izrek o deljenju celih števil;

4.3.2 Racionalna števila

Računske operacije in njihove lastnosti	<ul style="list-style-type: none"> - pozna in utemelji razloge za vpeljavo racionalnih števil,
Desetiški zapis racionalnih števil	<ul style="list-style-type: none"> - predstavi racionalna števila na številski premici,
Deleži in odstotki	<ul style="list-style-type: none"> - računa z racionalnimi števili,
Procentni račun	<ul style="list-style-type: none"> - uporablja in utemelji decimalni zapis racionalnega števila ter razlikuje med desetiškimi in nedesetiškimi ulomki, - računa z decimalnimi števili, - uporablja deleže in odstotke ter procentni račun v nalogah iz vsakdanjega življenja in spetno uporablja računalno;

4.3.3 Realna števila

Iracionalna števila	<ul style="list-style-type: none"> - pozna in utemelji razloge za vpeljavo realnih števil,
Realna števila na številski premici	<ul style="list-style-type: none"> - navede nekaj primerov iracionalnih števil,
Intervali	<ul style="list-style-type: none"> - konstruira nekatere kvadratne korene kot primere iracionalnih števil z uporabo Pitagorovega izreka,
Končni decimalni približki	<ul style="list-style-type: none"> - interpretira številsko premico kot realno os,
Absolutna vrednost realnega števila in njene lastnosti	<ul style="list-style-type: none"> - zaokrožuje decimalna števila,
Enačbe z absolutno vrednostjo	<ul style="list-style-type: none"> - poveže geometrijsko in analitično predstavitev absolutne vrednosti realnih števil,
Absolutna in relativna napaka	<ul style="list-style-type: none"> - poenostavlja izraze z absolutno vrednostjo ter reši preproste enačbe,

Vsebine	Cilji
	<ul style="list-style-type: none"> - primerja pomen absolutne in relativne napake ter oceni absolutno in relativno napako vsote, razlike, produkta in kvocienta dveh podatkov;
4.3.4 Kompleksna števila	
Geometrijska predstavitev kompleksnih števil v ravnini	<ul style="list-style-type: none"> - pozna in utemelji razloge za vpeljavo kompleksnih števil,
Računske operacije in njihove lastnosti	<ul style="list-style-type: none"> - predstavi kompleksno število v kompleksni ravnini,
Reševanje enačb z realnimi koeficienti	<ul style="list-style-type: none"> - analitično in grafično sešteva in odšteva kompleksna števila, - množi kompleksna števila, - izpelje pravilo za računanje potenc števila i, - poišče povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom konjugiranega števila, - poišče povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom absolutne vrednosti kompleksnega števila, - izpelje in uporablja pravilo za deljenje kompleksnih števil, - izračuna obratno vrednost kompleksnega števila, - poišče tudi kompleksne rešitve enačbe.

4.4 Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe

Vsebine	Cilji
Računske operacije z izrazi Potenciranje izrazov Razstavljanje izrazov Računanje z ulomki Enačbe in neenačbe Linearna enačba Razcepna enačba Linearna neenačba	Kandidat <ul style="list-style-type: none"> - primerja in razlikuje zapis in pomen izraza in enačbe ter spremenljivke in neznanke, - sešteva in množi algebrske izraze, - uporablja in utemelji pravili za kvadrat in kub dvočlenika, - s pomočjo Pascalovega trikotnika določi pravila za višje potence dvočlenika in jih tudi uporablja, - prepozna in uporablja ustrezen način razstavljanja danega izraza: izpostavljanje, razlika kvadratov, vsota in razlika kubov, Viètovo pravilo, razstavljanje štiričlenikov,

Vsebine	Cilji
	<ul style="list-style-type: none"> - računa z algebrskimi ulomki (vse štiri računske operacije in izrazi z oklepaji), - uporablja pravila za tvorbo ekvivalentnih enačb in enačbe spremno rešuje, - prepozna in reši linearne enačbe, - prepozna in reši razcepne enačbe, - spremno izraža neznanke iz različnih fizikalnih ali kemijskih enačb, - uporablja pravila za tvorbo ekvivalentnih neenačb ter korake reševanja neenačb utemelji, - prepozna in reši linearne neenačbe.

4.5 Potence in koreni

Vsebine	Cilji
Potence z naravnim eksponentom Potence s celim eksponentom n -ti koreni Potence z racionalnim eksponentom	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> - utemelji in uporablja pravila za računanje s potencami z naravnim eksponentom, - utemelji in uporablja pravila za računanje s potencami s celim eksponentom in jih primerja s pravili za računanje s potencami z naravnim eksponentom, - razloži pomen zapisov a^{-1} in a^{-n}, - uporablja pravila za računanje s kvadratnimi koreni, - reši kvadratno enačbo $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$, z razstavljanjem in s korenjenjem, - primerja in utemeljuje reševanje preprostih enačb $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, v množici realnih števil s korenjenjem in z razstavljanjem, - razloži in uporablja zvezo $\sqrt{x^2} = x$, - računa kubične korene realnih števil natančno (na pamet) in z računalom, - razlikuje med določilnimi pogoji za obstoj n-tega korena realnega števila (glede na korenski eksponent in korenjenec), - spremno uporablja računalo za računanje n-tih korenov, - preoblikuje zapis n-tega korena v zapis potence z racionalnim eksponentom,

Vsebine	Cilji
	<ul style="list-style-type: none"> - povezuje in primerja reševanje nalog z n-timi korenji z reševanjem s potencami z racionalnim eksponentom.

4.6 Geometrija v ravnini in prostoru

Vsebine	Cilji
Točke, premice in krožnice v ravnini Razdalja, daljica, nosilka daljice, simetrala, poltrak, kot Vrste kotov in odnosi med koti Trikotnik, večkotnik Znamenite točke trikotnika Togi premiki in skladnost Vzporedni premik, zrcaljenje, vrtež, orientacija trikotnika Pravokotna projekcija Središčni in obodni koti Kot v polkrogu Središčni razteg, podobnost Izreki v pravokotnem trikotniku Paralelogram, romb, trapez Načrtovalne naloge Kosinusni in sinusni izrek Vzporednost in pravokotnost premic in ravnin v prostoru Pravokotna projekcija premice na ravnino	Kandidat <ul style="list-style-type: none"> - usvoji pojme elementarne evklidske geometrije, - razvije geometrijsko predstavo in skozi prakso spozna temeljne standarde matematične teorije, - pozna definicije in uporablja lastnosti geometrijskih likov, - uporablja zveze med notranjimi in zunanjimi koti trikotnika ter odnose med stranicami in koti trikotnika, - uporablja zvezo med obodnim in središčnim kotom nad istim lokom, - zna ločiti med skladnima in podobnima trikotnikoma, - uporabi izreke v pravokotnem trikotniku, - načrta geometrijske like z geometrijskim orodjem, - usvoji in uporablja zveze med stranicami in koti v poljubnem trikotniku, pri tem uporablja kosinusni in sinusni izrek, - preiskuje geometrijske probleme z uporabo IKT, - razvije predstave o odnosih med točkami, premicami in ravninami v prostoru.

4.7 Geometrijski liki in telesa

Vsebine	Cilji
Ploščine geometrijskih likov, Heronova formula Polmer trikotniku včrtanega in očrtanega kroga Geometrijska telesa: prizma, valj, piramida, stožec, krogla	Kandidat <ul style="list-style-type: none"> - razvije in izboljša geometrijsko predstavo, - uporablja obrazce za izražanje posameznih količin, - kritično oceni in presodi dobljene vrednosti ter pazi na merske enote,

Vsebine	Cilji
Površina in prostornina pokončne prizme, valja, piramide, stožca in krogla	<ul style="list-style-type: none"> - uporabi usvojeno znanje ravninske geometrije ter rešuje probleme v povezavi s polmerom trikotniku včrtanega in očrtanega kroga,
Geometrijski matematični problemi	<ul style="list-style-type: none"> - opiše geometrijsko telo, - uporabi usvojeno znanje kotnih funkcij in geometrije na modelih geometrijskih teles, - rešuje geometrijske probleme v povezavi s površino in prostornino teles ter kritično oceni in presodi dobljene rezultate ter merske enote, - prepozna geometrijski problem, ga predstavi, ugotovi, s katerimi pojmi, spremenljivkami in zvezami med njimi ga lahko rešuje, problem reši, rešitve predstavi in razmisli o njihovi smiselnosti, - pri reševanju geometrijskih problemov samostojno izbere in uporablja ustreerne strategije in povezuje vsebine iz ravninske in prostorske geometrije, - rešuje geometrijske probleme z uporabo trigonometrije.

4.8 Vektorji v ravnini in prostoru

Vsebine	Cilji
<p>Opredelitev vektorjev</p> <p>Seštevanje, množenje s skalarjem (sile) – grafična interpretacija</p> <p>Kolinearnost, koplanarnost – grafična interpretacija</p> <p>Razvoj vektorjev po bazi (razstavljanje sile na komponente), pravokotna projekcija – grafična interpretacija</p> <p>Linearna kombinacija vektorjev</p> <p>Baza v ravnini in prostoru</p> <p>Pravokotni koordinatni sistem v ravnini in prostoru; krajevni vektor točke</p> <p>Zapis vektorja s koordinatami (komponentami)</p> <p>Računske operacije z vektorji, zapisanimi s koordinatami (komponentami)</p>	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> - nariše vektorje, grafično sešteva in razstavlja vektorje ter množi vektorje s skalarjem, - usvoji računanje z vektorji na grafičnem in računskem nivoju, - presodi kolinearnost in koplanarnost vektorjev, - računa z vektorji, zapisanimi s koordinatami (komponentami), - izračuna kot med vektorjema, dolžino vektorja in pravokotno projekcijo vektorja, - utemelji pravokotnost in vzporednost vektorjev, - razume pravokotnost v prostoru.

Vsebine	Cilji
Pravokotna projekcija vektorja na drug vektor	
Skalarni produkt, kot med vektorjema in dolžina vektorja	
Povezava med skalarnim produktom in kosinusnim izrekom	

4.9 Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

Vsebine	Cilji
Množice točk v ravnini Razdalja med točkama v koordinatni ravnini Ploščina trikotnika	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> - uporablja pravokotni koordinatni sistem v ravnini, - odčita in nariše množico točk v koordinatni ravnini ob danih pogojih, - uporablja zvezo med urejenimi pari števil in točkami na ravnini, - izračuna razdaljo med točkama, izračuna ploščino trikotnika ter uporabi formuli v matematičnih problemih.

4.10 Funkcije

Vsebine	Cilji
Definicija funkcije Definicija realne funkcije in lastnosti realnih funkcij realne spremenljivke (injektivnost, surjektivnost, bijektivnost, naraščanje, padanje, sodost, lihost ...) Sestavljene funkcije (kompozitum funkcij) Inverzna funkcija Transformacije v ravnini Limita funkcije Posebni primeri limit Zveznost funkcije	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> - usvoji in uporablja pojem funkcije, - usvoji in uporablja pojme: definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije, injektivna, surjektivna, bijektivna funkcija, - nariše, analizira graf funkcije s pomočjo vzporednega premika in raztega, - uporablja vzporedni premik, zrcaljenja in raztege pri reševanju problemskih nalog, - ugotovi obstoj inverzne funkcije na preprostih primerih, zapiše njen predpis in nariše graf inverzne funkcije k dani funkciji, - nariše graf stopničaste funkcije, - razloži pojem limite v dani točki na ustrezeno izbranih primerih, ki so grafične, tabelarične ali analitične prezentacije funkcij,

Vsebine	Cilji
	<ul style="list-style-type: none"> - izračuna limito funkcije in razloži pomen dobljene limitne vrednosti, - razloži pomen limite v neskončnosti, - loči limito funkcije v neskončnosti od neskončne limite, - uporablja limito pri računanju asimptot funkcij, - prepozna zveznost funkcije, ki je podana s svojim grafom, - poišče intervale, na katerih je dana funkcija zvezna;

4.10.1 Linearna funkcija

Definicija in lastnosti linearne funkcije, graf linearne funkcije	<ul style="list-style-type: none"> - zapiše predpis za linearne funkcije in nariše graf,
Enačbe premice v ravnini	<ul style="list-style-type: none"> - pozna in uporabi pomen koeficientov v linearni funkciji,
Kot med premicama	<ul style="list-style-type: none"> - interpretira in uporablja graf linearne funkcije v praktičnih situacijah,
Linearna enačba	<ul style="list-style-type: none"> - izračuna kot med premicama,
Linearna neenačba	<ul style="list-style-type: none"> - pozna pomen različnih oblik enačbe premice,
Sistem linearnih enačb	<ul style="list-style-type: none"> - v besedilu prepozna linearen odnos in zapiše linearno enačbo,
Modeliranje preprostih primerov iz vsakdanjega življenja z linearno funkcijo	<ul style="list-style-type: none"> - rešuje linearne enačbe, - izrazi problem kot sistem enačb in ga reši, - reši preproste probleme iz vsakdanjega življenja in jih ustrezno interpretira, - modelira preproste probleme iz vsakdanjega življenja z linearno funkcijo;

4.10.2 Potenčna funkcija

Definicija in lastnosti potenčne funkcije z naravnim eksponentom	<ul style="list-style-type: none"> - prepozna potenčno odvisnost in jo razlikuje od drugih odvisnosti (premosorazmernost ...),
Definicija in lastnosti potenčne funkcije z negativnim celim eksponentom	<ul style="list-style-type: none"> - nariše in analizira graf potenčne funkcije s pomočjo transformacij,
Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja s potenčno funkcijo	<ul style="list-style-type: none"> - zapiše in modelira realistične pojave s potenčno funkcijo in jih kritično izbere;

Vsebine

Cilji

4.10.3 Korenska funkcija

Definicija, lastnosti in graf korenske funkcije

- obravnava korensko funkcijo kot inverzno funkcijo k potenčni funkciji;

4.10.4 Kvadratna funkcija

Definicija, lastnosti in graf kvadratne funkcije

- zapiše kvadratno funkcijo pri različnih podatkih in nariše graf,

Načini podajanja predpisa kvadratne funkcije

- interpretira in uporabi graf kvadratne funkcije v praktičnih situacijah,

Viètovi pravili

- reši kvadratno enačbo in neenačbo,

Kvadratna enačba

- prevede problem v enačbo ali neenačbo in ga reši,

Presečišče parabole in premice

- bere matematično besedilo, ga analizira in predstavi;

Presečišče dveh parabol

Kvadratna neenačba

4.10.5 Eksponentna funkcija

Definicija, lastnosti in graf eksponentne funkcije

- razlikuje, prepozna eksponentno odvisnost od drugih vrst odvisnosti,

Eksponentne enačbe

- pozna in uporablja lastnosti eksponentne funkcije,

Eksponentna rast

- nariše graf eksponentne funkcije,

Modeliranje realističnih pojavov z eksponentno funkcijo

- uporabi vzporedne premike in raztege grafa eksponentne funkcije,

- primerja potenčno in eksponentno rast,

- prepozna in reši eksponentne enačbe,

- zapiše in modelira primere iz vsakdanjega življenja z eksponentno funkcijo;

4.10.6 Logaritemská funkcia

Definicija, lastnosti in graf logaritemské funkcie

- pozna in uporablja lastnosti logaritemské funkcie,

Logaritem in pravila za računanje z logaritmi

- nariše graf logaritemské funkcie,

Desetiški in naravni logaritem

- uporablja zvezo med eksponentno in logaritemsko funkciou,

Logaritemské enačbe

- uporabi vzporedne premike in raztege grafa logaritemské funkcie,

- uporablja pravila za računanje z logaritmi,

Vsebine	Cilji
	<ul style="list-style-type: none"> - spozna število e in naravni logaritem, - prepozna in reši logaritemske enačbe, - primerja eksponentno in logaritemsko rast;

4.10.7 Polinomska funkcija

Definicija, lastnosti in graf polinomske funkcije	<ul style="list-style-type: none"> - linearno in kvadratno funkcijo prepozna kot posebna primera polinomske funkcije,
Računske operacije s polinomi	<ul style="list-style-type: none"> - računa s polinomi,
Osnovni izrek o deljenju polinomov	<ul style="list-style-type: none"> - uporablja osnovni izrek o deljenju polinomov,
Ničle polinomske funkcije	<ul style="list-style-type: none"> - uporablja izrek o deljenju polinoma z linearnim polinomom,
Osnovni izrek algebre in posledice	<ul style="list-style-type: none"> - uporablja Hornerjev algoritem za iskanje ničel polinomske funkcije,
Hornerjev algoritem	<ul style="list-style-type: none"> - v problemskih nalogah uporablja lastnosti polinomov,
Analiza grafa polinomske funkcije	<ul style="list-style-type: none"> - nariše in interpretira graf polinomske funkcije,
Polinomske enačbe	<ul style="list-style-type: none"> - reši polinomske enačbe in neenačbe;
Polinomske neenačbe	

4.10.8 Racionalna funkcija

Definicija, lastnosti in graf racionalne funkcije	<ul style="list-style-type: none"> - pozna in uporablja lastnosti racionalnih funkcij,
Ničle, poli in asimptote	<ul style="list-style-type: none"> - nariše in interpretira graf racionalne funkcije,
Racionalne enačbe	<ul style="list-style-type: none"> - reši racionalne enačbe;

4.10.9 Kotne funkcije

Definicije in lastnosti kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku	<ul style="list-style-type: none"> - zapiše in uporabi kotne funkcije v pravokotnem trikotniku,
Definicije kotnih funkcij na enotski krožnici	<ul style="list-style-type: none"> - izpelje vrednosti kotnih funkcij za kote $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$,
Lastnosti in grafi kotnih funkcij	<ul style="list-style-type: none"> - izpelje in uporabi zveze med kotnimi funkcijami istega kota,
Transformacije grafov kotnih funkcij	<ul style="list-style-type: none"> - uporablja računalo,
Adicijski izreki	<ul style="list-style-type: none"> - uporablja vrednosti kotnih funkcij za poljubne kote,
Problemske naloge	<ul style="list-style-type: none"> - pozna in uporabi lastnosti kotnih funkcij,
Računanje vrednosti krožnih funkcij	

Vsebine	Cilji
Trigonometrijske enačbe	<ul style="list-style-type: none"> - pozna in razloži pojme na različnih reprezentacijah (tabela vrednosti, graf, na enotski krožnici, analitično), - uporabi transformacije grafov kotnih funkcij, - nariše in interpretira grafe kotnih funkcij, - uporabi adicijske izreke, - uporabi kotne funkcije dvojnih kotov, - uporablja kotne funkcije dvojnih kotov pri trigonometrijskih enačbah in problemskih nalogah, - računa vrednosti krožnih funkcij, - reši trigonometrijsko enačbo, - interpretira in analizira analitične rešitve glede na dani problem, - uporabi kotne funkcije v problemskih situacijah, kjer je treba izračunati kot, - rešuje preproste, sestavljene, avtentične in izvirne probleme.

4.11 Stožnice

Vsebine	Cilji
	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> - poišče primere stožnic v naravi, - primerja in uporablja analitično in geometrijsko definicijo stožnice, - interpretira krožnico kot poseben primer elipse, - analizira enačbo in grafično predstavi krožnice in elipse v središčni in v premaknjeni legi, - analizira enačbo in grafično predstavi hiperbole in parabole v temenski legi, - analizira različne oblike enačbe parabole, - analitično in grafično določijo presečišča stožnice s premico in določijo presečišča stožnic v središčni legi, - utemeljijo smiselnost rezultatov pri analitični obravnavi presečišč.

4.12 Zaporedja in vrste

Vsebine	Cilji
Definicija zaporedja	Kandidat
Lastnosti zaporedij (končno, neskončno, monotonost, omejenost, konvergentnost ...)	<ul style="list-style-type: none"> - navede primer, induktivno sklepa, posplošuje in nadaljuje zaporedje, - najde in zapiše zvezo med členi zaporedja,
Aritmetično zaporedje	<ul style="list-style-type: none"> - zapiše člene zaporedja pri danih začetnih členih in rekurzivni formuli,
Geometrijsko zaporedje	<ul style="list-style-type: none"> - ugotovi in analizira lastnosti različno predstavljenih zaporedij (številske predstavitev, grafični prikaz, analitični zapis ...),
Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja in vsota členov geometrijskega zaporedja	<ul style="list-style-type: none"> - bere in ponazorji različno podana oziroma predstavljena zaporedja,
Limita zaporedja	<ul style="list-style-type: none"> - uporabi lastnosti zaporedij,
Vrste	<ul style="list-style-type: none"> - napove in izračuna limito zaporedja,
Konvergenca geometrijske vrste	<ul style="list-style-type: none"> - razlikuje vrsto od zaporedja,
Obrestni račun	<ul style="list-style-type: none"> - razlikuje pojma konvergentne in divergentne vrste,
Anuitete	<ul style="list-style-type: none"> - izračuna vsoto n členov zaporedja,
Amortizacijski načrt	<ul style="list-style-type: none"> - izračuna vsoto geometrijske vrste, - razlikuje navadno in obrestno obrestovanje, - razlikuje med konformno in relativno obrestno mero, - uporabi načelo ekvivalence glavnic, - poišče realne primere obrestovanja, napove pričakovanja in se odloči na osnovi simulativnih izračunov, - izračuna anuiteto in izdela amortizacijski načrt.

4.13 Diferencialni račun

Vsebine	Cilji
Diferenčni količnik, odvod, geometrijski pomen odvoda	Kandidat
Pravila za odvajanje, odvodi osnovnih funkcij	<ul style="list-style-type: none"> - opiše pojme diferencialnega računa z uporabo grafičnih, številskih ali analitičnih prezentacij,
Uporaba odvoda	<ul style="list-style-type: none"> - izračuna vrednost diferenčnega količnika,
Ekstremi, naraščanje in padanje funkcije	<ul style="list-style-type: none"> - izračuna limito diferenčnega količnika,

Vsebine	Cilji
Ekstremalni problemi	<ul style="list-style-type: none"> - razloži geometrijski pomen odvoda, - odvaja elementarne funkcije in kompozitum funkcij, - ugotovi točke (ne)odvedljivosti iz grafa, - povezuje lastnosti funkcij in njen odvod (napoveduje lastnosti, skicira graf ...), - zapiše enačbi tangente in normale v dani točki krivulje, - izračuna presečni kot med krivuljama, - analizira funkcijo z odvodom (razloži ekstreme, določi intervale naraščanja in padanja) in nariše graf, - reši preprost ekstremalni problem.

4.14 Integralski račun

Vsebine	Cilji
Nedoločeni integral (primitivna funkcija) Lastnosti nedoločenega integrala Določeni integral Lastnosti določenega integrala Zveza med določenim in nedoločenim integralom Uporaba določenega integrala (ploščine)	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> - razloži zvezo med odvodom funkcije in nedoločenim integralom, - pozna tabelo osnovnih integralov in njeno povezavo s tabelo odvodov, - uporablja lastnosti nedoločenega integrala, - pozna geometrijski pomen določenega integrala, - uporablja lastnosti določenega integrala, - uporabi zvezo med določenim in nedoločenim integralom, - reši preproste matematične in realne probleme.

4.15 Kombinatorika

Vsebine	Cilji
Osnovni izrek kombinatorike, kombinatorično drevo Pravilo vsote Permutacije	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> - izračuna $n!$, - loči posamezne kombinatorične pojme, - izračuna vrednost binomskega simbola, - razvije potenco dvočlenika.

Vsebine	Cilji
Permutacije s ponavljanjem	
Variacije	
Variacije s ponavljanjem	
Kombinacije	
Binomski izrek	
Pascalov trikotnik	

4.16 Verjetnostni račun

Vsebine	Cilji
Osnovni pojmi verjetnostnega računa: poskus, dogodek, vzorčni prostor	Kandidat – zapiše dogodke in računa z njimi,
Računanje z dogodki	– poišče vse dogodke nekega poskusa,
Subjektivna verjetnost, empirična verjetnost, matematična verjetnost, verjetnost dogodka	– razlikuje med subjektivno, empirično in matematično verjetnostjo,
Računanje verjetnosti nasprotnih dogodkov, vsote dogodkov	– razume in poveže empirično in matematično verjetnost,
Normalna porazdelitev	– pozna in uporablja definicijo matematične verjetnosti,
	– iz danih verjetnosti posameznih dogodkov računa verjetnosti drugih dogodkov,
	– uporablja vzorčni prostor.

4.17 Statistika

Vsebine	Cilji
Osnovni statistični pojmi	Kandidat – loči med preučevano značilnostjo (spremenljivko), enoto, vrednostjo spremenljivke, vzorcem, populacijo,
Vrste podatkov	– prepozna preučevano značilnost enote,
Zbiranje podatkov	– razlikuje med opisnimi ali kvalitativnimi podatki, vrstnimi ali ordinalnimi ter številskimi ali kvantitativnimi podatki,
Urejanje in strukturiranje podatkov	– zbere podatke, jih uredi in strukturira,
Prikazovanje podatkov (stolpčni, pozicijski, tortni diagram, histogram, razsevnji diagram, linjski in krivuljnji diagram, škatla z brki)	– izbere ustrezeni diagram za prikaz podatkov,
Aritmetična sredina, mediana, modus	– bere, izdela in interpretira statistične diagrame,
Variacijski razmik, standardni odklon, medčetrtinski razmik	– razvija kritični odnos do interpretacije rezultatov,
Statistična naloga	

Vsebine**Cilji**

-
- pozna in uporablja različne načine povzemanja podatkov,
 - izbere primeren način povzemanja podatkov glede na vrsto podatkov,
 - izračuna, oceni in interpretira srednjo vrednost, modus in mediano kot mere osredinjenosti podatkov,
 - ocenjuje preproste povezave med statističnimi spremenljivkami,
 - izračuna, oceni in interpretira variacijski razmik, standardni odklon in medčetrtinski razmik kot mere razpršenosti podatkov,
 - uporabi znanje o delu s podatki v celovitem postopku empiričnega preiskovanja (izbere temo, postavi preiskovalno vprašanje, zbere podatke, jih uredi in strukturira, analizira, prikaže in interpretira rezultate).

5 LITERATURA

Učbeniki in učna sredstva, ki jih je potrdil Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje, so zbrani v Katalogu učbenikov za srednjo šolo in objavljeni na spletni strani Zavoda Republike Slovenije za šolstvo www.zrss.si.

6 DODATEK

6.1 Matematične oznake

► Logika

$\wedge, \&$	konjunkcija
\vee	disjunkcija
\Rightarrow	implikacija
\Leftrightarrow	ekvivalenca
$\neg A, \bar{A}$	negacija izjave A
\forall	za vsak
\exists	obstaja

► Množice

\in	je element
\notin	ni element
$\{x_1, x_2, \dots\}$	množica z elementi $x_1, x_2 \dots$
$\{x; \dots\}, \{x \mid \dots\}$	množica vseh x , takih, da ...
$m(A), A $	število elementov (moč) množice A
$\mathcal{P}A, \mathcal{P}(A)$	potenčna množica množice A
$\emptyset, \{ \}$	prazna množica
\mathcal{U}	univerzalna množica (univerzum)
A^C, A'	komplementarna množica množice A
$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$	množica naravnih števil
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{Z}	množica celih števil
\mathbb{Z}^+	množica pozitivnih celih števil
\mathbb{Z}^-	množica negativnih celih števil
\mathbb{Q}	množica racionalnih števil
\mathbb{Q}^+	množica pozitivnih racionalnih števil
\mathbb{Q}^-	množica negativnih racionalnih števil
\mathbb{R}	množica realnih števil
\mathbb{R}^+	množica pozitivnih realnih števil
\mathbb{R}_0^+	množica nenegativnih realnih števil
\mathbb{R}^-	množica negativnih realnih števil
\mathbb{C}	množica kompleksnih števil

\subset, \subseteq	je podmnožica
$\not\subset, \not\subseteq$	ni podmnožica
\cup	unija
\cap	presek
\times	kartezični produkt
$\setminus, -$	razlika množic
$[a,b]$	zaprti interval $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
(a,b)	interval $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$
$(a,b]$	interval $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
(a,b)	odprt interval $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

► Relacije in operacije

(a,b)	urejeni par
$=$	je enako
\neq	ni enako
\doteq, \approx	je približno enako
$<$	je manjše
\leq	je manjše ali enako
$>$	je večje
\geq	je večje ali enako
$+$	plus
$-$	minus
\cdot, \times	krat
$\div, :,$	deljeno
$a b$	a deli b
$D(a,b), \gcd(a,b)$	največji skupni delitelj števil a in b
$v(a,b), \lcm(a,b)$	najmanjši skupni večkratnik števil a in b
\sum	znak za vsoto
$ a $	absolutna vrednost števila a

► Kompleksna števila

i	imaginarna enota
$\operatorname{Re} z$	realni del kompleksnega števila z
$\operatorname{Im} z$	imaginarni del kompleksnega števila z
$ z $	absolutna vrednost kompleksnega števila z
\bar{z}, z^*	konjugirano kompleksno število k z

► Geometrija. Vektorji

$d(A, B)$	razdalja med točkama A in B
$ AB $	dolžina daljice AB
\preccurlyeq	kot
\triangle	trikotnik
\parallel	je vzporeden
\perp	je pravokoten
\cong	je skladen
\sim	je podoben
\overrightarrow{AB} , \vec{a}	vektor \overrightarrow{AB} , vektor \vec{a}
$s\vec{a}$	produkt vektorja \vec{a} s številom (skalarjem) s
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	skalarni produkt vektorjev \vec{a} in \vec{b}
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	vektorji standardne ortonormirane baze
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	vektor s koordinatami (komponentami) a_1, a_2, a_3
$ \vec{a} $	dolžina vektorja \vec{a}
\vec{r}_A	krajevni vektor točke A
$A(x, y)$	točka A v ravnini s koordinatama x in y
$A(x, y, z)$	točka A v prostoru s koordinatami x, y in z
S, p	ploščina lika
V	prostornina telesa
P	površina telesa

► Funkcije

$f : A \rightarrow B$	f je preslikava (funkcija) iz A v B
$x \mapsto f(x)$	x se preslika v $f(x)$
D_f	definicijsko območje funkcije f
Z_f	zaloga vrednosti funkcije f
f^{-1}	inverzna funkcija funkcije f
$f \circ g$	kompozitum (sestava) funkcij f in g
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	limita funkcije f , ko gre x proti a
$(a_n), \{a_n\}$	zaporedje s splošnim členom a_n
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$	limita zaporedja s splošnim členom a_n
$f', \frac{df}{dx}$	(prvi) odvod funkcije f
$\int f(x) dx, \int f$	nedoločeni integral funkcije f
$\int_a^b f(x) dx$	določeni integral funkcije f v mejah od a do b

► Kombinatorika. Verjetnostni račun. Statistika

P_n	število permutacij n elementov brez ponavljanja
$P_n^{m_1, m_2, \dots, m_k}$	število permutacij n elementov s ponavljanjem
$n!$	n fakulteta, n faktorialno
V_n^r	število variacij med n elementi brez ponavljanja reda r
${}^{(p)}V_n^r$	število variacij med n elementi s ponavljanjem reda r
$\binom{n}{r}$	binomski simbol (n nad r)
C_n^r	število kombinacij med n elementi brez ponavljanja reda r
G	gotovi dogodek
N	nemogoči dogodek
E_1, E_2, E_3, \dots	elementarni dogodki
A', \bar{A}	dogodku A nasprotni dogodek
$A \cup B, A + B$	vsota dogodkov A in B
$A \cap B, A \cdot B$	produkt dogodkov A in B
$A \setminus B, A - B$	razlika dogodkov A in B
$A \subset B$	A je način dogodka B
$P(A)$	verjetnost dogodka A
$P(A B)$	verjetnost dogodka A pri pogoju B (pogojna verjetnost)
\bar{x}, μ	povprečna vrednost
σ^2	disperzija, varianca
σ	standardna deviacija, standardni odklon

6.2 Formule, priložene izpitni poli

(Vsota in razlika kubov) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov)

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \text{ velja } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z}\} \text{ velja } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polosi a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena

$$\text{numerična ekscentričnost je } \varepsilon. \text{ Tedaj velja } e^2 = a^2 - b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}.$$

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearна

$$\text{ekscentričnost je } e, \text{ njena numerična ekscentričnost je } \varepsilon. \text{ Tedaj velja } e^2 = a^2 + b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}.$$

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice

$$\text{dane parbole pa je } x = -\frac{p}{2}.$$

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ če je } q \neq 1, \text{ in } S_n = na_1, \text{ če je } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.